

## TEMA III. 2

# 2. Regla de tres simple ..... La Proporcionalidad su representación gráfica y sus aplicaciones.

### Regla de tres simple directa

Si 3 camisas cuestan 36 €, ¿cuánto costarán 5 camisas iguales a las anteriores?

3 ————— 36

$$5 \text{ ————— } x \Rightarrow \frac{3}{5} = \frac{36}{x} \Rightarrow x = \frac{36 \cdot 5}{3} = 60$$

Por tanto, 5 camisas costarán 60 €.

El número de camisas es una magnitud que está en proporción directa con el precio de las camisas porque, al **aumentar** el número de camisas, también **aumenta** el coste.

Fíjate en que se multiplica el número que está encima de la  $x$ , 36, por el que está a su lado, 5, y se divide por el que está al otro extremo 3.

El planteamiento de la regla de tres directa se lee «si a 3 le corresponden 36, a 5 le corresponde  $x$ ».

8. Lucía compra 5 rotuladores que le cuestan 6 €. ¿Cuánto le costarán una docena de rotuladores?

9. Si por 8 h de trabajo Mario ha cobrado 72 €, ¿cuánto cobrará por trabajar 5 h?

10. Para hacer 300 rosquillas, Rocío utiliza un kilo y cuarto de harina.

a) ¿Cuánta harina necesitará Rocío para hacer 500 rosquillas?

b) ¿Y cuántas rosquillas podría hacer Rocío con 3 kg de harina?

## Regla de tres simple inversa

Ángel tardó 6 h en ir de San Sebastián a Madrid a una velocidad media de 90 km/h. ¿Cuánto tiempo tardará si va a una velocidad de 110 km/h?

$$90 \text{ ————— } 6$$

$$110 \text{ ————— } x \Rightarrow \frac{110}{90} = \frac{6}{x} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 90}{110} = 4,91$$

Por tanto, Ángel tardará 4,91 h en hacer el viaje con una velocidad media de 110 km/h.

La velocidad media y el tiempo son magnitudes inversamente proporcionales porque, al **aumentar** una, **disminuye** la otra.

Fíjate en el cálculo: multiplicamos el número que está encima de la  $x$ , 6, por el número opuesto, 90, y dividimos por el que está a su lado, 110.

11. Tres amigos alquilan un apartamento para ir de vacaciones. Han calculado que a cada uno de ellos le toca pagar 150 €. En el último momento se apuntan 2 amigos más. ¿Cuánto tendrán que pagar por persona?
12. Se ha llenado una piscina en 50 h con un grifo por el que salen 720 L de agua por hora. ¿Cuánto tiempo tardará en llenarse esa misma piscina si por el grifo solamente pudieran salir 450 L/h?
13. Un barco va a salir de travesía con 12 tripulantes. Lleva bebida para 18 días. Si en el momento de zarpar se suman tres pasajeros más, ¿cuántos días podrán viajar con bebida suficiente para todos?

## 2 PROBLEMAS DE PROPORCIONALIDAD

### Problema de proporcionalidad directa

Por cinco horas de aparcamiento, pagué ayer 12 euros. ¿Cuánto pagaré hoy, que he tenido el coche en el mismo aparcamiento durante tres horas y media?

#### REDUCCIÓN A LA UNIDAD

HORAS	EUROS
5 .....	12
1 .....	$12 : 5 = 2,40 \text{ €}$
3,5 .....	$2,40 \cdot 3,5 = 8,40 \text{ €}$

Por tres horas y media pagaré 8,40 euros.

#### REGLA DE TRES DIRECTA

HORAS	EUROS
5 .....	12
3,5 .....	$x$

$$\frac{5}{3,5} = \frac{12}{x} \rightarrow x = \frac{3,5 \cdot 12}{5} = 8,4 \rightarrow \text{Pagaré } 8,40 \text{ €}.$$

### Problema de proporcionalidad inversa

Cuatro operarios de limpieza, tras un partido, acondicionan un polideportivo en dos horas y media. ¿Cuánto tardarían tres operarios en hacer el mismo trabajo?

#### REDUCCIÓN A LA UNIDAD

OPERARIOS	HORAS
4 .....	2,5
1 .....	$2,5 \cdot 4 = 10 \text{ h}$
3 .....	$10 : 3 = 3 \text{ h } 20 \text{ min}$

Tres operarios tardarían 3 horas y 20 minutos.

#### REGLA DE TRES INVERSA

OPERARIOS	HORAS
4 .....	2,5
3 .....	$x$

$$\frac{4}{3} = \frac{x}{2,5} \rightarrow x = \frac{4 \cdot 2,5}{3} = 3,333... \text{ h} = 3 \text{ h } 20 \text{ min}$$

1. Marta ha necesitado 75 g de azúcar para un bizcocho de 600 gramos. ¿Cuántos gramos necesitará para un bizcocho de 1 kg?
2. Un euro se cambiaba esta mañana a 1,325 dólares. ¿Cuántos euros darían por 280 dólares?
3. Julián hace una marcha de nueve kilómetros. En un tramo de carretera, ha contado 120 pasos entre dos señales de hectómetro. ¿Cuántos pasos dará, aproximadamente, durante la marcha?

4. Una comunidad de cuatro vecinos debe abonar un recibo de agua de 360 € que se deben repartir proporcionalmente a la superficie de cada vivienda. Sabiendo que tienen 80 m<sup>2</sup>, 100 m<sup>2</sup>, 120 m<sup>2</sup> y 150 m<sup>2</sup>, ¿cuánto corresponde pagar a cada uno?

#### AYUDA

Calcula, primero, cuánto correspondería a un metro cuadrado.

5. Un trozo de queso de 200 gramos ha costado 2,80 €. ¿Cuánto costará otro trozo del mismo queso con un peso de 325 gramos?

6. En un negocio de vehículos usados, cierto coche, de tres años, se vende por 12 000 €. Si el precio evoluciona de forma inversamente proporcional a la antigüedad, ¿cuánto valdrá cuando tenga 10 años?

7. Un camión, a una media de 60 km/h, ha tardado 1 h 18 min en ir de la población A a la población B. ¿Cuántos minutos menos tardará en el viaje de vuelta, si hace una media de 65 km/h?

#### AYUDA

Pasa «una hora y dieciocho minutos» a minutos y trabaja con esa medida.

8. Una fábrica, trabajando en dos turnos diarios de 8 horas, ha cubierto un pedido en 15 días. ¿Cuánto habría tardado si cada turno hubiera aumentado su jornada en dos horas extraordinarias?

9. He comprado una cadena de oro de 18 quilates que pesa 30 gramos. ¿Cuántos gramos de oro puro contiene? (Nota: el oro puro tiene 24 quilates. Es decir, de 24 partes, las 24 son oro.)

#### NOTA

«Oro de 18 quilates» significa que de 24 partes, 18 son de oro puro.

10. Un joyero confecciona un broche mezclando 15 gramos de oro con 5 de estaño. ¿Cuál es la ley de la aleación?

#### NOTA

La ley de una aleación de oro se mide en quilates. 1 quilate significa que de 24 partes, una es de oro.

### 3. Porcentajes

Vamos a calcular los siguientes porcentajes de 20:

$$\bullet \quad 7\% \text{ de } 20 = \frac{7}{100} \cdot 20 = \frac{7 \cdot 20}{100} = \frac{140}{100} = 1,4$$

$$\bullet \quad 15\% \text{ de } 20 = \frac{15}{100} \cdot 20 = \frac{15 \cdot 20}{100} = \frac{300}{100} = 3$$

Para aplicar un porcentaje, (7% o 15%, en nuestro ejemplo), a una cantidad, 20, se multiplica esta cantidad por 7 o 15, y el resultado se divide entre 100.

Un **porcentaje**,  $a\%$ , es una relación de proporción de denominador 100:

$$a\% = \frac{a}{100} = 0,0a$$

14. Calcula los siguientes porcentajes:

a) 3% de 90 \_\_\_\_\_

b) 20% de 50 \_\_\_\_\_

c) 80% de 45 \_\_\_\_\_

d) 33% de 90 \_\_\_\_\_

e) 90% de 1500 \_\_\_\_\_

Observa qué porcentaje supone 20 sobre 50:

$$\text{Como } 50 \cdot a\% = 20 \Rightarrow a\% = \frac{20}{50} = 0,40 = \frac{40}{100} = 40\%$$

¿Qué porcentaje supone 7 sobre 15?

$$\text{Como } 15 \cdot a\% = 7 \Rightarrow a\% = \frac{7}{15} = 0,4667 = \frac{46,67}{100} = 46,67\%$$

Para calcular qué porcentaje supone una cantidad respecto de otra:

- Primero se dividen entre sí.
- Segundo se expresa el resultado anterior con una fracción cuyo denominador sea 100.

15. Indica qué porcentaje supone una cantidad sobre otra de las siguientes:

a) 10 sobre 20 \_\_\_\_\_

b) 25 sobre 75 \_\_\_\_\_

c) 30 sobre 50 \_\_\_\_\_

d) 80 sobre 320 \_\_\_\_\_

Problema resuelto: **Cálculo del tanto por ciento de una cantidad**

Un barco pesquero consigue una captura de 2,8 toneladas de pescado, de las que el 65% es merluza. ¿Cuántos kilos de merluza ha capturado el barco?

Calculamos el 65% de 2800 kilos:

$$65\% \text{ de } 2800 = 0,65 \cdot 2800 = 1820 \text{ kilos}$$

El barco ha capturado 1820 kilos de merluza.

4. Un agricultor consigue una cosecha de 25000 kilos de maíz y vende el 85% a una fábrica de piensos. ¿Cuántos kilos ha comprado la fábrica de piensos?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
5. Cierta país tiene una población de ocho millones de habitantes y un estudio revela que el 2,8% de la población es diabética. ¿Cuántos diabéticos hay en ese país?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
6. El intendente de un restaurante adquiere 8 kilos de lomo de ternera y ordena congelar el 60%. ¿Qué cantidad de lomo ordena congelar?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
7. Un jugador de baloncesto ha lanzado a lo largo del campeonato 275 tiros a canasta y ha encestado el 68%. ¿Cuántas canastas ha conseguido?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
8. Calcula mentalmente.
  - a) En un aparcamiento hay 44 coches, de los que 11 son rojos. ¿Qué tanto por ciento de los coches son rojos?
  - b) Julián gana 40 € arreglando el jardín del vecino, guarda treinta y se gasta el resto. ¿Qué tanto por ciento gasta?
  - c) En mi clase, uno de cada cinco de nosotros ha nacido en un país distinto de España. ¿Qué porcentaje ha nacido en el extranjero?
  - d) En un rebaño hay 27 ovejas y 3 cabras. ¿Qué tanto por ciento del rebaño son cabras?

Problema resuelto: **Obtención del tanto por ciento correspondiente a una proporción**

En una clase de 30 estudiantes, 12 se han apuntado a un curso de danza. ¿Qué tanto por ciento de la clase va a danza?

REGLA DE TRES

TOTAL	APUNTADOS A DANZA	} $\frac{30}{100} = \frac{12}{x} \rightarrow x = \frac{100 \cdot 12}{30} = 40\%$ El 40% de la clase está en el curso de danza.
30 .....	12	
100 .....	$x$	

9. En una bolsa hay 6 bolas blancas y 9 negras. ¿Cuál es el porcentaje de cada color?
10. En una empresa, los cargos directivos se reparten entre 18 varones y 2 mujeres. ¿Cuál es el porcentaje de mujeres en la dirección de la empresa?
11. Una tarta de un kilo lleva 150 gramos de azúcar. ¿Qué tanto por ciento del peso de la tarta es azúcar?
12. Las estadísticas de dos jugadores durante un campeonato de baloncesto reflejan los siguientes resultados:
- Jugador A** → 85 lanzamientos → 68 aciertos
- Jugador B** → 94 lanzamientos → 72 aciertos
- ¿Qué porcentaje de acierto tiene cada uno? ¿Cuál de los dos jugadores es más fiable?
13. Calcula mentalmente.
- El 25% de los estudiantes de mi clase, un total de siete, ha tenido sobresaliente en Educación Física. ¿Cuántos somos en clase?
  - En un hotel hay 30 habitaciones ocupadas, lo que supone el 75% del total. ¿Cuántas habitaciones hay en total?
  - Un pastor ha vendido 8 ovejas, que son el 10% del rebaño. ¿Cuántas ovejas tenía el rebaño?
  - Se ha volcado una cesta de huevos y se han roto 6, que son el 20%. ¿Cuántos huevos había en la cesta?

Problema resuelto: Cálculo del total conocida la parte porcentual

En un taller hay 27 mujeres empleadas, lo que supone el 12% del total de la plantilla.  
¿Cuántos empleados y empleadas tiene la empresa?

PRIMERA RESOLUCIÓN

REGLA DE TRES

<u>TOTAL</u>	<u>MUJERES</u>	
100 .....	12	$\rightarrow \frac{100}{x} = \frac{12}{27} \rightarrow x = 225$
x .....	27	

En total son 225 empleados.

SEGUNDA RESOLUCIÓN

Las mujeres son el 12% del total.

$$\text{Total} \cdot 0,12 = \text{N.º de mujeres}$$

$$\text{N.º de mujeres} : 0,12 = \text{Total}$$

$$\text{Total} = 27 : 0,12 = 225$$

En total son 225 empleados.

**14.** En un equipo de fútbol, 12 jugadores han faltado al entrenamiento, lo que supone el 40% de la plantilla. ¿Cuántos jugadores componen la plantilla?

**15.** He ido al cine y me ha costado 6 euros, que es el 80% de mi asignación semanal. ¿Cuál es mi asignación semanal?

**16.** Carmen ha perdido 12 kilos, que es el 15% de lo que pesaba hace un año. ¿Cuánto pesaba hace un año?

**17.** En un hospital hay 52 camas libres, lo que supone el 13% del total. ¿Con cuántas camas cuenta ese hospital?

**18.** Calcula mentalmente.

a) Un rollo de cable tiene 80 metros. ¿Cuánto quedará si cortamos un 25%?

b) La barra de pan de un euro ha subido un 20%. ¿Cuánto vale ahora?

c) En una tienda rebajan todos los artículos un 10%. ¿Cuánto pagaré por un jersey que costaba 40 euros?

d) El curso pasado éramos 600 en el colegio. Este año, el número de matriculados ha subido un 5%. ¿Cuántos somos este año?

Problema resuelto: **Aumentos porcentuales**

Un pueblo de la costa tiene 6500 habitantes, pero se espera un aumento de un 20% en los próximos cinco años. ¿Qué población se espera para dentro de cinco años?

PRIMERA RESOLUCIÓN

Población actual  $\rightarrow$  6500

Aumento  $\rightarrow$  20% de 6500 =  $6500 \cdot 0,20 = 1300$

Población dentro de cinco años:

$$6500 + 1300 = 7800 \text{ habitantes}$$

SEGUNDA RESOLUCIÓN

Cada 100 habitantes actuales se convertirán, dentro de cinco años, en 120.

$$120\% \text{ de } 6500 = 6500 \cdot 1,20 = 7800$$

Dentro de cinco años serán 7800 habitantes.

- 19.** El billete de autobús costaba 2 €, pero hoy sube un 5%. ¿Cuánto costará a partir de ahora?

- 20.** Un embalse tenía al principio de la primavera 2800 decímetros cúbicos de agua, pero las últimas lluvias han aumentado las reservas en un 40%. ¿Cuál es su contenido actual?

Problema resuelto: **Disminuciones porcentuales**

Un abrigo costaba 265 €. Ahora han llegado las rebajas y lo han bajado un 20%. ¿Cuál es el precio del abrigo rebajado?

PRIMERA RESOLUCIÓN

Precio inicial  $\rightarrow$  265

Rebaja  $\rightarrow$  20% de 265 =  $265 \cdot 0,20 = 53$

Precio rebajado  $\rightarrow$   $265 - 53 = 212$  euros

SEGUNDA RESOLUCIÓN

Rebajan el 20%  $\rightarrow$  se paga el 80%

$$80\% \text{ de } 265 = 265 \cdot 0,80 = 212$$

El abrigo, rebajado, queda en 212 euros.

- 21.** En cierta población, el año pasado tuvieron la gripe 2480 personas. Este año la cifra se ha reducido en un 30%. ¿Cuántas personas han tenido la gripe este año?

- 22.** Una empresa con 1675 trabajadores hace un reajuste reduciendo su plantilla en un 8%. ¿Cuál es ahora el número de trabajadores?